29 空間内の 3 点 A，B，C が同一直線上にないとする．B，C を通る直線と A との距離が

$$\frac{|\overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AC}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|}$$

となることを示せ．

(解答) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の張る平行四辺形の面積が $|\overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AC}}|$ に等しいので，三角形 ABC の面積は $\frac{1}{2}|\overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AC}}|$ である．

また，B，C を通る直線と A との距離を d とおくと，三角形 ABC の面積は $\frac{1}{2}|\overrightarrow{\mathrm{BC}}| \cdot d$ である．

$$\frac{1}{2}|\overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AC}}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{\mathrm{BC}}| \cdot d$$

$$d = \frac{|\overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AC}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|}$$

となるので，題意は示した．

ポイント：三角形 ABC の面積は，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の張る平行四辺形の面積の $\frac{1}{2}$ 倍である．

三角形 ABC の底辺を BC としたとき，
高さは B，C を通る直線と A との距離である．