32　平面における次の円の座標の方程式を求めよ．

(1)　2 点 $(2,\ 3)$，$(-1,\ 2)$ を直径とする円

(解答)　　中心は，$\left(\dfrac{2+(-1)}{2},\ \dfrac{3+2}{2}\right)=\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{5}{2}\right)$ であり，

半径は $\sqrt{\left(2-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(3-\dfrac{5}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ である．

よって，求める円の座標の方程式は，

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2$$

$$x^2-x+y^2-5y+4=0$$

である．

(2)　3 点 $(2,\ 1)$，$(3,\ 2)$，$(-1,\ 1)$ を通る円

(解答)　　円の座標の方程式は，$x^2+y^2+ax+by+c=0$ ……… ① で表される．

①に $(2,\ 1)$，$(3,\ 2)$，$(-1,\ 1)$ を代入して整理すると，

$$\begin{cases} 2a+b+c=-5 \\ 3a+2b+c=-13 \\ -a+b+c=-2 \end{cases} \iff \begin{cases} a=-1 \\ b=-7 \\ c=4 \end{cases}$$

よって，求める円の座標の方程式は，

$$x^2+y^2-x-7y+4=0$$

である．

ポイント：中心 $(a_1,\ a_2)$，半径 r の円の座標の方程式は，
$(x-a_1)^2+(y-a_2)^2=r^2$ である．

円の座標の方程式は，$x^2+y^2+ax+by+c=0$ で表される．

32 平面における次の円の座標の方程式を求めよ.

(3) 2 円 $(x-1)^2+(y+1)^2=4$, $x^2+(y-2)^2=4$ の 2 交点および点 $(-2,\ 0)$ を通る円

(解答) 点 $(-2,\ 0)$ は, $x^2+(y-2)^2=4$ 上にないので, 2 円 $(x-1)^2+(y+1)^2=4$, $x^2+(y-2)^2=4$ の 2 交点および点 $(-2,\ 0)$ を通る円は,

$$\{(x-1)^2+(y+1)^2-4\}+k\{x^2+(y-2)^2-4\}=0 \quad (k \neq -1) \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

で表される. ①に $(-2,\ 0)$ を代入して整理すると,

$$6+4k=0 \quad \Longleftrightarrow \quad k=-\frac{3}{2}$$

となるので, ①に代入して整理すると, 求める円の座標の方程式は,

$$x^2+4x+y^2-16y+4=0$$

である.

(4) 円 $(x-2)^2+(y+1)^2=4$ と直線 $x+2y+1=0$ の 2 交点および原点を通る円

(解答) 円 $(x-2)^2+(y+1)^2=4$ と直線 $x+2y+1=0$ の 2 交点および原点を通る円は,

$$\{(x-2)^2+(y+1)^2-4\}+k\{x+2y+1\}=0 \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

で表される. ①に $(0,\ 0)$ を代入して整理すると,

$$1+k=0 \quad \Longleftrightarrow \quad k=-1$$

となるので, ①に代入して整理すると, 求める円の座標の方程式は,

$$x^2+y^2-5x=0$$

である.

ポイント : 2 円 $(x-a_1)^2+(y-a_2)^2=r^2$, $(x-b_1)^2+(y-b_2)^2=R^2$
の 2 交点を通る円の座標の方程式は,
$\{(x-a_1)^2+(y-a_2)^2-r^2\}+k\{(x-b_1)^2+(y-b_2)^2-R^2\}=0 \quad (k \neq -1)$
または $(x-b_1)^2+(y-b_2)^2=R^2$ で表せる.

円 $(x-a_1)^2+(y-a_2)^2=r^2$ と直線 $bx+cy+d=0$
の 2 交点を通る円の座標の方程式は,
$\{(x-a_1)^2+(y-a_2)^2-r^2\}+k\{bx+cy+d\}=0 \quad (k \neq -1)$ で表せる.