33 平面内に互いに異なる 3 点 O，A，B を考え，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boldsymbol{b}$ とする．さらに点 P に対して $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \boldsymbol{p}$ としたとき，次の方程式を満たす点 P 全体はどのような図形になるか．

(1) $\boldsymbol{p} \cdot (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{a}) = 0$

(解答) $\left|\boldsymbol{p} - \frac{\boldsymbol{a}}{2}\right| = \left|\frac{\boldsymbol{a}}{2}\right|$ となるので，$\boldsymbol{a} = (a_1,\ a_2)$ とすると，
中心が $\left(\frac{a_1}{2},\ \frac{a_2}{2}\right)$ で，半径が $\left|\frac{\boldsymbol{a}}{2}\right|$ の円．

(2) $\left|\boldsymbol{p} + \boldsymbol{a}\right|^2 = 4$

(解答) $\left|\boldsymbol{p} + \boldsymbol{a}\right| = 2$ となるので，$\boldsymbol{a} = (a_1,\ a_2)$ とすると，
中心が $(-a_1,\ -a_2)$ で，半径が 2 の円．

(3) $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{p} + (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{p} + \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 0$

(解答) $(\boldsymbol{p} + \boldsymbol{a}) \cdot (\boldsymbol{p} + \boldsymbol{b}) = 0$ となるので，$\boldsymbol{a} = (a_1,\ a_2)$，$\boldsymbol{b} = (b_1,\ b_2)$ とすると，
2 点 $(-a_1,\ -a_2)$，$(-b_1,\ -b_2)$ を直径とする円．

(4) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{p} + \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 0$

(解答) $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{p} + \boldsymbol{b}) = 0$ となるので，$\boldsymbol{b} = (b_1,\ b_2)$ とすると，
法線ベクトルが $\boldsymbol{a}$ で，点 $(-b_1,\ -b_2)$ を通る直線．

ポイント：平面内に互いに異なる 3 点 O，A，B を考え，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boldsymbol{b}$ とし，
$\boldsymbol{a} = (a_1,\ a_2)$，$\boldsymbol{b} = (b_1,\ b_2)$ とする．さらに点 P に対して $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \boldsymbol{p}$ としたとき，

方程式 $\left|\boldsymbol{p} - \boldsymbol{a}\right| = r$ を満たす点 P 全体は，
中心 $(a_1,\ a_2)$，半径 r の円である．

方程式 $(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{a}) \cdot (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{b}) = 0$ を満たす点 P 全体は，
2 点 $(a_1,\ a_2)$，$(b_1,\ b_2)$ を直径とする円である．

方程式 $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{b}) = 0$ を満たす点 P 全体は，
法線ベクトルが $\boldsymbol{a}$ で，点 $(b_1,\ b_2)$ を通る直線である．